

Alcune prove di calcolo tensoriale

Differenza tra moltiplicazione tra matrici e moltiplicazioni tra tensori.

Ecco come va indicato un tensore del secondo ordine usando le seguenti convenzioni. Ogni indice deve essere costituito da UN SOLO CARATTERE ALFABETICO che se è maiuscolo rappresenta un indice controvariante mentre se è minuscolo rappresenta un indice covariante. Dopo il carattere alfabetico vanno messe le cifre che occorrono. La prima cifra indica la componente mentre ulteriori cifre possono servire a individuare particolari valori posseduti dalla componente specifici con la prima cifra dopo il carattere alfabetico.

```
(%i1) a_ik:matrix(
  [ a_i0k0, a_i0k1, a_i0k2,a_i0k3 ],
  [ a_i1k0, a_i1k1, a_i1k2,a_i1k3 ],
  [ a_i2k0, a_i2k1, a_i2k2,a_i2k3 ],
  [ a_i3k0, a_i3k1, a_i3k2,a_i3k3 ]);
```

(%o1)

$$\begin{bmatrix} a_{i0k0} & a_{i0k1} & a_{i0k2} & a_{i0k3} \\ a_{i1k0} & a_{i1k1} & a_{i1k2} & a_{i1k3} \\ a_{i2k0} & a_{i2k1} & a_{i2k2} & a_{i2k3} \\ a_{i3k0} & a_{i3k1} & a_{i3k2} & a_{i3k3} \end{bmatrix}$$

```
(%i2) g_IK: matrix(
  [ g_I0K0, g_I0K1, g_I0K2, g_I0K3 ],
  [ g_I1K0, g_I1K1, g_I1K2, g_I1K3 ],
  [ g_I2K0, g_I2K1, g_I2K2, g_I2K3 ],
  [ g_I3K0, g_I3K1, g_I3K2, g_I3K3 ]);
```

(%o2)

$$\begin{bmatrix} g_{I0K0} & g_{I0K1} & g_{I0K2} & g_{I0K3} \\ g_{I1K0} & g_{I1K1} & g_{I1K2} & g_{I1K3} \\ g_{I2K0} & g_{I2K1} & g_{I2K2} & g_{I2K3} \\ g_{I3K0} & g_{I3K1} & g_{I3K2} & g_{I3K3} \end{bmatrix}$$

La seguente operazione andrebbe scritta come $g_{IH} a_{hk}$ oppure indifferentemente come $a_{hk} g_{IH}$

```
(%i3) g_IK.a_ik;
(%o3)
```

$$\begin{bmatrix} a_{i3k0} g_{I0K3} + a_{i2k0} g_{I0K2} + a_{i1k0} g_{I0K1} + a_{i0k0} g_{I0K0} & a_{i3k1} g_{I0K3} + a_{i2k1} g_{I0K2} + a_{i1k1} g_{I0K1} + a_{i0k1} g_{I0K0} & a_{i3k2} g_{I0K3} + a_{i2k2} g_{I0K2} + a_{i1k2} g_{I0K1} + a_{i0k2} g_{I0K0} & a_{i3k3} g_{I0K3} + a_{i2k3} g_{I0K2} + a_{i1k3} g_{I0K1} + a_{i0k3} g_{I0K0} \\ a_{i3k0} g_{I1K3} + a_{i2k0} g_{I1K2} + a_{i1k0} g_{I1K1} + a_{i0k0} g_{I1K0} & a_{i3k1} g_{I1K3} + a_{i2k1} g_{I1K2} + a_{i1k1} g_{I1K1} + a_{i0k1} g_{I1K0} & a_{i3k2} g_{I1K3} + a_{i2k2} g_{I1K2} + a_{i1k2} g_{I1K1} + a_{i0k2} g_{I1K0} & a_{i3k3} g_{I1K3} + a_{i2k3} g_{I1K2} + a_{i1k3} g_{I1K1} + a_{i0k3} g_{I1K0} \\ a_{i3k0} g_{I2K3} + a_{i2k0} g_{I2K2} + a_{i1k0} g_{I2K1} + a_{i0k0} g_{I2K0} & a_{i3k1} g_{I2K3} + a_{i2k1} g_{I2K2} + a_{i1k1} g_{I2K1} + a_{i0k1} g_{I2K0} & a_{i3k2} g_{I2K3} + a_{i2k2} g_{I2K2} + a_{i1k2} g_{I2K1} + a_{i0k2} g_{I2K0} & a_{i3k3} g_{I2K3} + a_{i2k3} g_{I2K2} + a_{i1k3} g_{I2K1} + a_{i0k3} g_{I2K0} \\ a_{i3k0} g_{I3K3} + a_{i2k0} g_{I3K2} + a_{i1k0} g_{I3K1} + a_{i0k0} g_{I3K0} & a_{i3k1} g_{I3K3} + a_{i2k1} g_{I3K2} + a_{i1k1} g_{I3K1} + a_{i0k1} g_{I3K0} & a_{i3k2} g_{I3K3} + a_{i2k2} g_{I3K2} + a_{i1k2} g_{I3K1} + a_{i0k2} g_{I3K0} & a_{i3k3} g_{I3K3} + a_{i2k3} g_{I3K2} + a_{i1k3} g_{I3K1} + a_{i0k3} g_{I3K0} \end{bmatrix}$$

La seguente operazione invece andrebbe scritta come $g_{IH} a_{kh}$ oppure indifferentemente come $a_{kh} g_{IH}$

```

(%i4) a_ik.g_IK;
(%o4)
[ a_i0k3 g_I3K0+a_i0k2 g_I2K0+a_i0k1 g_I1K0+a_i0k0 g_I0K0  a_i0k3 g_I3K1+a_i0k2 g_I2K1+a_i0k1
a_i1k3 g_I3K0+a_i1k2 g_I2K0+a_i1k1 g_I1K0+a_i1k0 g_I0K0  a_i1k3 g_I3K1+a_i1k2 g_I2K1+a_i1k1
a_i2k3 g_I3K0+a_i2k2 g_I2K0+a_i2k1 g_I1K0+a_i2k0 g_I0K0  a_i2k3 g_I3K1+a_i2k2 g_I2K1+a_i2k1
a_i3k3 g_I3K0+a_i3k2 g_I2K0+a_i3k1 g_I1K0+a_i3k0 g_I0K0  a_i3k3 g_I3K1+a_i3k2 g_I2K1+a_i3k1

```